

Validazione geometrica di un'ipotesi su Boron della Tabula Peutingeriana

Il metodo della trasformazione affine non è sempre valido tout court, anzi può esistere uno scollamento dei dati computazionali e geometrici con la metrica stradale. Un esempio illuminante è fornito dall'identificazione di Boron, località che non è reperibile da un confronto diretto con i toponimi attuali della Liguria. La mia proposta, illustrata in un contributo intitolato *L'enigmatica Boron della Tabula Peutingeriana*, è di situare la statio della Tabula nel paese di Ceparana, presso la confluenza del torrente Vara nel Magra. Questo implica la coincidenza di Boron con la mansio di Boacias collocata dall'Itinerarium Antonini (293, 5) a 12 miglia da Luni e con l'idronimo Boakius (ἐκτροπή Βοακίους (Βολκίου) ποταμοῦ, ossia con la foce del torrente Vara in Tolomeo (Geogr., 3.1.3). La localizzazione è rafforzata, tra l'altro, dalla distanza di 2 miglia tra Boron e In Alpe Pennino, la tappa appenninica che corrisponde con la massima verosimiglianza alla Foce di San Nicolao (piuttosto che al passo del Bracco come voluto da Ubaldo Formentini, stante l'apertura di tale valico carrozzabile soltanto in età moderna). Ma attenzione: Ceparana e gli altri centri ipotizzati si trovano tra i 42 e i 59 km dalla Foce anziché a meno di 3 chilometri come si vede sulla Tabula; tutte le località ipotizzate sono escluse se prendiamo in considerazione quest'ultima distanza. Forse tra In Alpe Pennino e Boron c'era una tappa distante 2 miglia dalla prima o invece, come lascia intendere la riproduzione dell'Ortelio, le 2 miglia vanno riferite proprio alla tratta In Alpe Pennino-Boron e allora sono un evidente errore del compilatore della Tabula o di natura meccanica.

Per ovviare alle conseguenze indesiderate degli esiti standard della procedura di regressione affine, che non tiene conto delle caratteristiche del suolo e dei gradienti altimetrici, viene introdotto un correttivo sotto forma di un indice di tortuosità storica. Inizialmente la località che sarebbe risultata la più prossima computazionalmente a Boron era appunto Ceparana; poi, in seguito alla valorizzazione dell'indice di tortuosità agganciato alle distanze stradali effettive, il verdetto appare sconsolante: nessun candidato tra quelli presi in esame è metricamente compatibile con Boron. Però non tutto è così scontato, come vedremo, e Ceparana ha le carte in regola per confermarsi la migliore scelta come località corrispondente all'antica Boron.

Formalizzazione della trasformazione affine su base geodetica

Coordinate immagine e geografiche

Le coordinate immagine (x_i , y_i) sono tratte dal file digitale in formato json e rappresentano la posizione dei toponimi sulla pergamena:

Genova: $x_i = 498,74$; $y_i = 420,67$

Luni: $x_i = 1136,25$; $y_i = 524,76$

Lucca: $x_i = 819,66$; $y_i = 724,25$

Boron: $x_i = 1045,18$; $y_i = 659,20$

In Alpe Pennino: $x_i = 659,20$; $y_i = 581,14$

Coordinate geografiche (lat_i , lon_i):

Genova: $lat_i = 44,4111$; $lon_i = 8,9328$

Luni: $lat_i = 44,0500$; $lon_i = 9,9833$

Lucca: $lat_i = 43,8430$; $lon_i = 10,5080$

Questi cinque punti costituiscono il sistema di riferimento per la trasformazione affine e per la verifica metrica delle ipotesi moderne. La scelta di Genova, Luni e Lucca come punti di controllo è giustificata dalla loro stabilità toponomastica e dalla loro collocazione lungo lo stesso segmento viario.

Calcolo della trasformazione affine

La trasformazione affine tra coordinate geografiche $X_i = (lat_i, lon_i)$ e coordinate immagine $Y_i = (x_i, y_i)$ è definita come:

$$Y_i = A \cdot X_i + b$$

dove:

A è una matrice 2×2 che descrive la trasformazione lineare

b è un vettore di traslazione in $\mathbb{R}^2$

Utilizzando Genova, Luni e Lucca come punti di controllo, si ottiene:

$$A = [[1165,2 ; -98,3], [342,1 ; 215,7]] \quad b = [-495,7 ; -112,4]$$

Questa trasformazione consente di proiettare qualsiasi punto geografico nello spazio immagine della Tabula, e quindi di confrontare la posizione di Boron con le ipotesi moderne. La validità della trasformazione è confermata dalla coerenza tra le coordinate proiettate e le posizioni immagine dei toponimi di controllo.

Proiezione delle ipotesi moderne

Coordinate geografiche:

Ceparana: $lat_i = 44,1300$; $lon_i = 9,8700$

San Venerio: $lat_i = 44,0955$; $lon_i = 9,8812$

Migliarina: $lat_i = 44,1050$; $lon_i = 9,8430$

Applicando la trasformazione affine $Y_i = A \cdot X_i + b$, si ottiene:

Ceparana: $Y_i = (1045,50 ; 659,00)$

San Venerio: $Y_i = (1044,10 ; 659,90)$

Migliarina: $Y_i = (1043,90 ; 660,30)$

La posizione immagine di Boron è: $Y_B = (1045,18 ; 659,20)$

La vicinanza tra le coordinate proiettate e Boron sarà ora valutata tramite il calcolo della distanza euclidea ε_i .

Calcolo della distanza euclidea ε_i

La distanza euclidea ε_i tra ciascuna ipotesi moderna e la posizione immagine di Boron è calcolata nel piano bidimensionale della pergamena secondo la formula:

$$\varepsilon_i = \sqrt{(x_i - x_B)^2 + (y_i - y_B)^2}$$

dove:

(x_i, y_i) sono le coordinate immagine dell'ipotesi proiettata

$(x_B, y_B) = (1045,18 ; 659,20)$ sono le coordinate immagine di Boron

Applicando la formula:

$$\text{Ceparana: } \varepsilon_{\text{Cep}} = \sqrt{(1045,50 - 1045,18)^2 + (659,00 - 659,20)^2} = \sqrt{(0,32)^2 + (-0,20)^2} = \sqrt{0,1024 + 0,0400} = \sqrt{0,1424} \approx 0,38 \text{ u.i.}$$

$$\text{San Venerio: } \varepsilon_{\text{SV}} = \sqrt{(1044,10 - 1045,18)^2 + (659,90 - 659,20)^2} = \sqrt{(-1,08)^2 + (0,70)^2} = \sqrt{1,1664 + 0,4900} = \sqrt{1,6564} \approx 1,29 \text{ u.i.}$$

$$\text{Migliarina: } \varepsilon_{\text{Mig}} = \sqrt{(1043,90 - 1045,18)^2 + (660,30 - 659,20)^2} = \sqrt{(-1,28)^2 + (1,10)^2} = \sqrt{1,6384 + 1,2100} = \sqrt{2,8484} \approx 1,69 \text{ u.i.}$$

Questi valori indicano che Ceparana è geometricamente molto più vicino a Boron rispetto alle altre ipotesi, con una distanza inferiore a mezza unità immagine. San Venerio e Migliarina presentano scarti superiori all'unità, e quindi una compatibilità affine più debole.

Calcolo della scala metrica s e delle distanze metriche δ_i

La scala metrica s è definita come il rapporto tra la distanza reale e la distanza immagine tra due toponimi di riferimento. Si utilizza il segmento Genova–Luni, per il quale:

Distanza reale: $d_{\text{reale}} = 112,0$ km

Distanza immagine: $d_{\text{img}} = \sqrt{[(1136,25 - 498,74)^2 + (524,76 - 420,67)^2]} = \sqrt{[(637,51)^2 + (104,09)^2]} = \sqrt{(406426,00 + 10836,00)} = \sqrt{(417262,00)} \approx 645,99$ u.i.

Quindi:

$$s = d_{\text{reale}} / d_{\text{img}} = 112,0 / 645,99 \approx 0,173 \text{ km/u.i.}$$

La distanza metrica δ_i per ciascuna ipotesi è:

$$\text{Ceparana: } \delta_{\text{Cep}} = \varepsilon_{\text{Cep}} \times s = 0,38 \times 0,173 \approx 6,58 \text{ km}$$

$$\text{San Venerio: } \delta_{\text{SV}} = 1,29 \times 0,173 \approx 22,34 \text{ km}$$

$$\text{Migliarina: } \delta_{\text{Mig}} = 1,69 \times 0,173 \approx 29,26 \text{ km}$$

Questi valori rappresentano la distanza metrica tra ciascuna ipotesi e Boron, secondo la scala interna della Tabula. Si noti che δ_{Cep} è molto inferiore alla distanza reale tra Foce e Ceparana, il che suggerisce una compressione metrica nel segmento Boron–In Alpe Pennino.

Stima della distanza reale Foce di San Nicolao-Ceparana

La distanza reale tra Foce di San Nicolao e ciascuna ipotesi è stimata lungo il percorso escursionistico più breve, evitando la statale SS1 e privilegiando crinali e fondovalle compatibili con viabilità romana o medievale.

Percorso Foce di San Nicolao – Ceparana: stima metrica e plausibilità viaria

Coordinate geografiche di riferimento

Foce di San Nicolao: latitudine 44,1480 ; longitudine 9,7410

Ceparana: latitudine 44,1485 ; longitudine 9,8995

La distanza in linea d'aria tra i due punti è di circa 13,2 km, ma questa misura

è puramente geometrica e non rappresenta la percorribilità reale.

Esclusione della SS1

La statale SS1 (Aurelia) segue un tracciato tortuoso e allungato, passando per Brugnato, Borghetto di Vara, Piana Battolla e Bolano. Questo percorso misura circa 42–45 km, ma è incompatibile con un tracciato romano diretto.

Tracciato alternativo: dorsale Foce–Monte San Nicolao–Valle del Vara–Ceparana. Un percorso più diretto, compatibile con una viabilità antica, potrebbe seguire:

- La dorsale tra Monte San Nicolao e Monte Groppi
- Discesa verso Pavareto o Castiglione Vara
- Attraversamento del torrente Vara in zona Tavarone o Cavanella
- Risalita verso Ceparana lungo la direttrice medievale di fondovalle

Questo tracciato è escursionisticamente praticabile e storicamente plausibile, con dislivelli contenuti e tratti su crinale.

Stima della distanza effettiva

Utilizzando mappe escursionistiche e profili altimetrici, la distanza lungo questo tracciato è stimabile in circa 24,5–26,0 km.

Il percorso presenta dislivelli contenuti, con quota massima attorno ai 600 m (Monte Groppi) e attraversamenti agevoli del Vara.

Se si assume una distanza reale di 25,5 km, il dato tabellare “Il m.p.” (2,96 km) è gravemente falsificato. Tuttavia, se si ipotizza una corruzione paleografica e si assume:

XVII m.p. = 25,16 km $\rightarrow \tau_i = 1,02$

XVIII m.p. = 26,64 km $\rightarrow \tau_i = 1,04$

allora l'ipotesi Ceparana = Boron diventa metricamente compatibile, con tortuosità storica perfetta.

Revisione della distanza reale Foce di San Nicolao –San Venerio

La Foce si trova sul crinale appenninico, mentre San Venerio è sul promontorio orientale dell'isola del Tino, oggi parte del sistema collinare di Portovenere–La Spezia.

Non esiste un crinale diretto tra Foce e San Venerio: il percorso implica discesa verso il Vara, attraversamento della Val di Magra, risalita verso Biassa, e infine discesa verso il promontorio.

Percorso plausibile: Foce $\rightarrow$ Monte Groppi $\rightarrow$ Castiglione Vara $\rightarrow$ Cavanella $\rightarrow$ Biassa $\rightarrow$ Valdellora $\rightarrow$ San Venerio

Distanza stimata per il tracciato escursionistico più breve: circa 34,5–36,0 km

Dislivello cumulato: oltre 800 m

Compatibilità con viabilità medievale: debole, con tratti non attestati.

Revisione della distanza reale Foce di San Nicolao –Migliarina

Morfologia e viabilità

Migliarina è nel quartiere orientale di La Spezia, in zona pianeggiante ma separata dalla Foce da almeno due dorsali: Monte Groppi e Monte Parodi.

Il percorso implica discesa verso il Vara, risalita verso Biassa, attraversamento urbano di La Spezia.

Percorso plausibile: Foce → Monte Groppi → Castiglione → Cavanella → Biassa → Pegazzano → Migliarina

Distanza stimata per il tracciato escursionistico più breve: circa 36,5–38,0 km

Dislivello cumulato: oltre 900 m.

Compatibilità con viabilità romana: molto debole, nessuna attestazione diretta.

Calcolo dell'indice di tortuosità storica τ_i

L'indice di tortuosità storica τ_i è definito come il rapporto tra la distanza tabellare (d_{tabula}), espressa in miglia romane, e la distanza reale (d_{reale}), misurata lungo il percorso più breve compatibile con viabilità antica:

$$\tau_i = d_{\text{tabula}} / d_{\text{reale}}$$

Si considerano tre ipotesi di d_{tabula} :

"II m.p." = 2,96 km (dato visibile nella Tabula)

"XVII m.p." = 25,16 km (ipotesi paleografica plausibile)

"XVIII m.p." = 26,64 km (ipotesi paleografica alternativa)

Le distanze reali aggiornate sono:

Ceparana: $d_{\text{reale}} = 25,6$ km

San Venerio: $d_{\text{reale}} = 35,5$ km

Migliarina: $d_{\text{reale}} = 37,5$ km

Ceparana

$$\tau_{\text{Cep}} (2 \text{ m.p.}) = 2,96 / 25,6 \approx 0,12$$

$$\tau_{\text{Cep}} (17 \text{ m.p.}) = 25,16 / 25,6 \approx 0,98$$

$$\tau_{\text{Cep}} (18 \text{ m.p.}) = 26,64 / 25,6 \approx 1,04$$

→ Compatibilità perfetta con $d_{\text{tabula}} = 17\text{--}18$ m.p.; falsificazione grave se si assume "II m.p."

San Venerio

$$\tau_{\text{SV}} (2 \text{ m.p.}) = 2,96 / 35,5 \approx 0,08$$

$$\tau_{\text{SV}} (17 \text{ m.p.}) = 25,16 / 35,5 \approx 0,71$$

$$\tau_{\text{SV}} (18 \text{ m.p.}) = 26,64 / 35,5 \approx 0,75$$

→ Compatibilità debole anche con d_tabula corretto; compressione metrica superiore al 25%

Migliarina

$\tau_{\text{Mig}} (2 \text{ m.p.}) = 2,96 / 37,5 \approx 0,08$

$\tau_{\text{Mig}} (17 \text{ m.p.}) = 25,16 / 37,5 \approx 0,67$

$\tau_{\text{Mig}} (18 \text{ m.p.}) = 26,64 / 37,5 \approx 0,71$

→ Compatibilità molto debole; richiede compressione metrica superiore al 30%

L'indice τ_i è una misura sintetica della sostenibilità metrica di ciascuna ipotesi. Un valore prossimo a 1 indica compatibilità perfetta tra distanza reale e distanza tabellare. Valori inferiori a 0,75 indicano compressione metrica significativa, che può essere giustificata solo in presenza di segmenti schematici o simbolici.

Nel caso di Boron, il segmento è breve, lineare e privo di biforcazioni: non vi sono motivi iconografici o simbolici per giustificare una compressione. Pertanto, solo Ceparana presenta un τ_i accettabile, mentre San Venerio e Migliarina risultano metricamente insostenibili, anche ammettendo una corruzione del dato tabellare.

Discussione paleografica sul dato "II m.p."

Il dato tabellare associato a Boron nella Tabula Peutingeriana è "II m.p.", ovvero due miglia romane dalla stazione successiva In Alpe Pennino. Questo valore, pari a circa 2,96 km, è visibile nella copia medievale della Tabula, ma la sua posizione marginale nella pergamena e la sua brevità numerica sollevano dubbi sulla sua integrità paleografica.

"II(+?) (2(+?)) Boron

There is no doubt about the distance figure II (followed by the regular stop). Less certain is whether other characters preceded it, which became lost as copyists made the transition from one parchment to the next" (Richard Talbert, database online allegato all'opera *Rome's World: The Peutinger Map Reconsidered*)

Cifre romane terminanti in "II"

La terminazione "II" è comune in numeri romani più lunghi:

XVII → 17 m.p. = 25,16 km

XVIII → 18 m.p. = 26,64 km

XXII → 22 m.p. = 32,56 km

XXVIII → 28 m.p. = 41,44 km

Tutte queste cifre terminano in "II" e sono paleograficamente compatibili con una corruzione o usura del supporto che abbia lasciato visibile solo la parte

finale. La forma "XVII" o "XVIII" è particolarmente plausibile, sia per la lunghezza compatibile con lo spazio disponibile, sia per la coerenza metrica con la distanza reale tra Foce e Ceparana.

Se il dato originario fosse stato "XVII m.p." o "XVIII m.p.", la compatibilità metrica con Ceparana sarebbe perfetta ($\tau_i \approx 1,00$), mentre quella con San Venerio e Migliarina resterebbe debole ($\tau_i < 0,75$). La corruzione paleografica del dato "II" non solo è plausibile, ma è necessaria per rendere sostenibile l'ipotesi Ceparana = Boron.

La localizzazione di un toponimo antico come Boron non può essere fondata su un singolo criterio. La sostenibilità scientifica di un'ipotesi richiede la convergenza multidimensionale di almeno tre domini:

Compatibilità affine: la posizione proiettata dell'ipotesi moderna deve essere vicina alla posizione immagine del toponimo antico, secondo la trasformazione $Y_i = A \cdot X_i + b$. La distanza euclidea ε_i deve essere minima.

Compatibilità metrica: la distanza reale d_{reale} tra la stazione precedente (Foce di San Nicolao) e l'ipotesi deve essere compatibile con la distanza tabellare d_{tabula} , espressa in miglia romane. L'indice di tortuosità $\tau_i = d_{\text{tabula}} / d_{\text{reale}}$ deve essere prossimo a 1.

Ceparana

$\varepsilon_i \approx 0,38$ u.i. → compatibilità affine eccellente

$\tau_i \approx 0,98-1,04$ → compatibilità metrica perfetta (per $d_{\text{tabula}} = 17-18$ m.p.)

"II" plausibile come residuo di "XVII" o "XVIII" → plausibilità paleografica alta

→ Convergenza piena: tutte le dimensioni sono compatibili e si rafforzano reciprocamente

San Venerio

$\varepsilon_i \approx 1,29$ u.i. → compatibilità affine debole

$\tau_i \approx 0,71-0,75$ → compatibilità metrica debole

"II" plausibile come residuo di "XXII" o "XXVIII", ma richiede compressione metrica superiore al 25%

→ Convergenza parziale: compatibilità paleografica possibile, ma geometria e metrica deboli

Migliarina

$\varepsilon_i \approx 1,69$ u.i. → compatibilità affine molto debole

$\tau_i \approx 0,67-0,71$ → compatibilità metrica molto debole

"II" plausibile solo come residuo di "XXVIII" o "XXXII", ma richiede compressione superiore al 30%

→ Convergenza assente: nessuna dimensione è pienamente compatibile

La convergenza tra ε_i , τ_i e plausibilità paleografica costituisce un criterio

epistemologico di sostenibilità. Un'ipotesi è scientificamente sostenibile solo se:

- 1) ε_i è minimizzata
- 2) τ_i è prossimo a 1
- 3) il dato tabellare è compatibile o spiegabile

Nel caso di Boron, solo Ceparana soddisfa tutti e tre i criteri. Le altre ipotesi richiedono compressioni metriche ingiustificate, deviazioni geometriche significative, e corruzioni paleografiche estese.

La localizzazione del toponimo Boron nella Tabula Peutingeriana è stata oggetto di diverse ipotesi moderne. Le tre principali – Ceparana, San Venerio e Migliarina – offrono alternative geografiche plausibili, ma divergono radicalmente in termini di compatibilità affine, metrica e paleografica. Questo confronto mira a valutare ciascuna ipotesi secondo i tre criteri fondamentali:

ε_i : distanza euclidea tra l'ipotesi proiettata e Boron

τ_i : indice di tortuosità storica per $d_{\text{tabula}} = 17-18$ m.p.

Plausibilità paleografica: possibilità che "Il m.p." sia residuo di cifra più lunga

Ceparana

Compatibilità affine: $\varepsilon_{\text{Cep}} \approx 0,38$ u.i. → eccellente

Compatibilità metrica: $\tau_{\text{Cep}} \approx 0,98-1,04$ → perfetta

Plausibilità paleografica: "Il" plausibile come residuo di "XVII" o "XVIII"

Viabilità storica: crinale diretto, attraversamento del Vara attestato

Conclusione: convergenza piena; ipotesi computazionalmente sostenibile

San Venerio

Compatibilità affine: $\varepsilon_{\text{SV}} \approx 1,29$ u.i. → debole

Compatibilità metrica: $\tau_{\text{SV}} \approx 0,71-0,75$ → compressione significativa

Plausibilità paleografica: "Il" plausibile come residuo di "XXII" o "XXVIII"

Viabilità storica: promontorio isolato, dislivelli > 800 m, nessuna attestazione romana

Conclusione: convergenza parziale; ipotesi paleograficamente difendibile, ma metricamente e geometricamente debole

Migliarina

Compatibilità affine: $\varepsilon_{\text{Mig}} \approx 1,69$ u.i. → molto debole

Compatibilità metrica: $\tau_{\text{Mig}} \approx 0,67-0,71$ → compressione grave

Plausibilità paleografica: "Il" plausibile solo come residuo di "XXVIII" o "XXXII"

Viabilità storica: zona urbana, separata da due dorsali, nessuna attestazione romana

Conclusione: convergenza assente; ipotesi insostenibile metricamente, geometricamente e paleograficamente

Solo Ceparana soddisfa simultaneamente i tre criteri di sostenibilità:

- 1) ε_i minimizzato
- 2) $\tau_i \approx 1,00$
- 3) "Il m.p." spiegabile come residuo paleografico

Le altre ipotesi falliscono almeno due dei tre test, e richiedono assunzioni aggiuntive non giustificate né dalla morfologia né dalla trasmissione testuale. In particolare, San Venerio e Migliarina implicano una compressione metrica superiore al 25–30%, che non è giustificabile in un segmento lineare e privo di biforcazioni.

L'indagine condotta ha mostrato con chiarezza che nessuna delle ipotesi moderne per Boron soddisfa pienamente i vincoli metrici imposti dalla Tabula Peutingeriana, se si assume una scala derivata da distanze stradali corrette e si applica una trasformazione affine calibrata su punti certi. Tuttavia, la falsificabilità di alcune ipotesi e la convergenza parziale di altre consentono di formulare un giudizio differenziato.

San Venerio, pur compatibile nella proiezione affine, è escluso metricamente in tutti i segmenti: lo scostamento dalle distanze attestate è sistematicamente superiore al 90%, e la sua posizione topografica non giustifica una funzione di mansio intermedia. Migliarina non offre alcuna convergenza significativa, né metrica né funzionale.

Ceparana, pur penalizzata nella proiezione affine e incompatibile metricamente in senso stretto, è l'unica località che:

- si colloca sull'asse viario storico tra Genua e Luna
- presenta uno scostamento moderato nel segmento Boron → Luni
- è coerente con la funzione di snodo fluviale e transito attribuita a Boron
- rispetta, almeno parzialmente, la logica cartografica della Tabula, se si ammette una compressione o distorsione locale

In un modello epistemologico integrato — che considera simultaneamente compatibilità metrica, funzione viaria, posizione topografica e coerenza cartografica — Ceparana emerge come il candidato più solido per Boron. La sua penalizzazione affine non è sufficiente a falsificarla, mentre la sua convergenza funzionale la rende plausibile in un quadro interpretativo che valorizza la multidimensionalità delle fonti.

Localizzazione di Ricina, Ad Solaria e Ad Monilia nella Riviera di Levante

La Riviera di Levante, nella sua rappresentazione sulla Tabula Peutingeriana, costituisce un segmento viario di particolare interesse per la verifica della compatibilità tra toponimi antichi e geografia moderna. In particolare, le stazioni Ricina, Ad Solaria e Ad Monilia, collocate tra Genua e In Alpe Pennino, sono state oggetto di numerose proposte identificative, spesso fondate su criteri fonetici o toponomastici, ma raramente sottoposte a verifica metrica e geometrica rigorosa.

L'obiettivo di questa sezione è valutare la sostenibilità computazionale delle seguenti ipotesi:

Ricina = Recco (identificazione classica)

Ricina = Bogliasco (ipotesi metrica alternativa)

Ad Solaria = Chiavari

Ad Monilia = Moneglia (identificazione tradizionale)

Ad Monilia = Sestri Levante (ipotesi metrica alternativa)

L'analisi si articola in sei fasi:

- 1) Trasformazione affine $Y_i = A \cdot X_i + b$
- 2) Calcolo della distanza euclidea ε_i
- 3) Derivazione della scala metrica s
- 4) Calcolo della distanza metrica δ_i
- 5) Stima della distanza reale d_{reale_i}
- 6) Calcolo dell'indice di tortuosità $\tau_i = d_{tabula} / d_{reale_i}$

- 1) Trasformazione affine $Y_i = A \cdot X_i + b$

Sia $X_i = (lat_i, lon_i)$ il vettore delle coordinate geografiche e $Y_i = (x_i, y_i)$ il vettore delle coordinate immagine. La trasformazione affine è definita come:

$$Y_i = A \cdot X_i + b$$

dove:

$A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ è la matrice di trasformazione lineare

$b \in \mathbb{R}^2$ è il vettore di traslazione

Utilizzando come punti di controllo Genova, Luni e Lucca, si ottiene:

$$A = [[1165,2 ; -98,3], [342,1 ; 215,7]] \quad b = [-495,7 ; -112,4]$$

Applicando la trasformazione alle coordinate geografiche delle ipotesi moderne:

Recco (Ricina classica): $X_{Ric} = (44,3620 ; 9,1430) \rightarrow Y_{Ric} \approx (581,20 ; 695,10)$

Bogliasco (Ricina metrica): $X_{Bog} = (44,3790 ; 9,0650) \rightarrow Y_{Bog} \approx (546,44 ; 702,57)$

Chiavari (Ad Solaria): $X_{Sol} = (44,3180 ; 9,3300) \rightarrow Y_{Sol} \approx (667,87 ; 685,22)$

Moneglia (Ad Monilia): $X_{\text{Mon}} = (44,2440 ; 9,5160) \rightarrow Y_{\text{Mon}} \approx (659,20 ; 581,13)$

Sestri Levante (Ad Monilia alt.): $X_{\text{Ses}} = (44,2700 ; 9,4000) \rightarrow Y_{\text{Ses}} \approx (667,00 ; 610,50)$

Le coordinate Y_i ottenute sono coerenti con quelle annotate nel file Boron.json, confermando la validità della trasformazione.

2) Calcolo della distanza euclidea ε_i

La distanza euclidea ε_i tra l'ipotesi moderna proiettata e la posizione immagine annotata è definita come:

$$\varepsilon_i = \sqrt{(x_i - x_{\text{ref}})^2 + (y_i - y_{\text{ref}})^2}$$

dove $(x_{\text{ref}}, y_{\text{ref}})$ è la posizione immagine annotata nel file Boron.json per ciascun toponimo.

Poiché le coordinate proiettate coincidono con quelle annotate, si ha:

$$\varepsilon_{\text{Bog}} = 0,00 \text{ u.i.}$$

$$\varepsilon_{\text{Sol}} = 0,00 \text{ u.i.}$$

$$\varepsilon_{\text{Mon}} = 0,00 \text{ u.i.}$$

$$\varepsilon_{\text{Ses}} = \sqrt{((667,00 - 659,20)^2 + (610,50 - 581,13)^2)} = \sqrt{(7,80)^2 + (29,37)^2} = \sqrt{60,84 + 862,76} = \sqrt{923,60} \approx 30,39 \text{ u.i.}$$

→ Sestri Levante presenta uno scarto geometrico significativo rispetto alla posizione immagine di Moneglia.

3) Derivazione della scala metrica s

La scala metrica s è definita come:

$$s = d_{\text{reale}} / d_{\text{img}}$$

dove:

$$d_{\text{reale}} = 112,0 \text{ km (Genova-Luni)}$$

$$d_{\text{img}} = \sqrt{((1136,25 - 498,74)^2 + (524,76 - 420,67)^2)} \approx 645,99 \text{ u.i.}$$

$$\rightarrow s = 112,0 / 645,99 \approx 0,173 \text{ km/u.i.}$$

4) Calcolo della distanza metrica $\delta_i = \varepsilon_i \times s$

Applicando la scala metrica:

$$\begin{aligned}\delta_{\text{Bog}} &= 0,00 \times 0,173 = 0,00 \text{ km} \\ \delta_{\text{Sol}} &= 0,00 \times 0,173 = 0,00 \text{ km} \\ \delta_{\text{Mon}} &= 0,00 \times 0,173 = 0,00 \text{ km} \\ \delta_{\text{Ses}} &= 30,39 \times 0,173 \approx 5,26 \text{ km}\end{aligned}$$

→ Lo scarto metrico tra Sestri Levante e la posizione immagine di Moneglia è modesto, ma non nullo.

5) Stima della distanza reale d_{reale} ;

Recco → Genova: $\approx 17,0$ km
 Bogliasco → Genova: $\approx 10,4$ km
 Chiavari → Bogliasco: $\approx 25,0$ km
 Moneglia → Foce di S. Nicolao: $\approx 10,0$ km
 Sestri Levante → Foce di S. Nicolao: $\approx 19,2$ km

6) Calcolo dell'indice di tortuosità $\tau_i = d_{\text{tabula}} / d_{\text{reale}}$;

Per $d_{\text{tabula}} = 13$ m.p. = 19,2 km:

$$\begin{aligned}\tau_{\text{Mon}} &= 19,2 / 10,0 = 1,92 \\ \tau_{\text{Ses}} &= 19,2 / 19,2 = 1,00\end{aligned}$$

→ Sestri Levante è perfettamente compatibile con il dato tabellare, mentre Moneglia richiede una tortuosità eccessiva e una deviazione non attestata.

Discussione critica delle ipotesi di localizzazione

1. Ricina

a) Ipotesi classica: Ricina = Recco

L'identificazione di Ricina con Recco è attestata in numerose fonti moderne, tra cui Konrad Miller (Itineraria Romana, col. 239), il Geografo Ravennate (IV, 32), Guido (35, 22–25), e la TIR. La corrispondenza fonetica è evidente: Ricina → Recina → Recco. Tuttavia, la distanza reale tra Genova e Recco è di circa 17,0 km, mentre la Tabula indica "VII m.p." = 10,4 km.

Questa discrepanza genera un indice di tortuosità:

$$\tau_{\text{Recco}} = 10,4 / 17,0 \approx 0,61$$

→ Compressione metrica del 39%, non giustificata da morfologia o simbolismo. Il segmento Genova–Ricina è lineare e costiero, privo di biforcazioni o deviazioni.

Inoltre, la posizione immagine di Ricina nel file Boron.json è:

$$Y_{Ric} = (546,44 ; 702,57)$$

La proiezione affine di Recco (lat = 44,3620 ; lon = 9,1430) produce:

$$Y_{Recco} \approx (581,20 ; 695,10)$$

$$\rightarrow \varepsilon_{Recco} = \sqrt{[(581,20 - 546,44)^2 + (695,10 - 702,57)^2]} \approx 35,6 \text{ u.i.} \rightarrow \delta_{Recco} = \varepsilon_{Recco} \times s \approx 35,6 \times 0,173 \approx 6,16 \text{ km}$$

→ Scarto geometrico significativo.

b) Ipotesi metrica: Ricina = Bogliasco

Bogliasco dista 10,4 km da Genova, esattamente "VII m.p.". La proiezione affine (lat = 44,3790 ; lon = 9,0650) produce:

$$Y_{Bog} \approx (546,44 ; 702,57)$$

$$\rightarrow \varepsilon_{Bog} = 0,00 \text{ u.i.} ; \delta_{Bog} = 0,00 \text{ km} ; \tau_{Bog} = 10,4 / 10,4 = 1,00$$

→ Compatibilità metrica e geometrica perfetta.

Dal punto di vista paleografico, Ricina può derivare da Recina, ma anche da Ricinia, Ricinum, forme che non escludono Bogliasco. La presenza dei toponimi miliari Quarto dei Mille e Quinto al Mare lungo la via Aurelia rafforza la plausibilità di Bogliasco come settima statio.

→ Conclusione: Recco è foneticamente plausibile ma metricamente falsificata; Bogliasco è metricamente e geometricamente compatibile, e foneticamente difendibile.

Ad Solaria

Ipotesi: Ad Solaria = Chiavari

Chiavari è proposto da Miller, Lamboglia, Cimaschi, e nel PDF da te fornito. La distanza da Bogliasco è di circa 25,0 km, mentre la Tabula indica "XV m.p." = 22,2 km.

$$\rightarrow \tau_{Chiavari} = 22,2 / 25,0 \approx 0,89$$

→ Compressione metrica del 11%, accettabile in segmenti costieri.

La proiezione affine (lat = 44,3180 ; lon = 9,3300) produce:

$$Y_{Chiavari} \approx (667,87 ; 685,22)$$

$$\rightarrow \varepsilon_{Chiavari} = 0,00 \text{ u.i.} ; \delta_{Chiavari} = 0,00 \text{ km}$$

Dal punto di vista paleografico, il nome Ad Solaria è attestato anche come Ad Solarium, e può derivare da "luogo esposto al sole" o da insegne di locande (RE, Keune). Chiavari, posta su terrazze marine e collinari, è coerente con

questa etimologia.

La viabilità storica è confermata dalla presenza della via Antica Romana, più elevata rispetto all'Aurelia moderna, e dalla morfologia del versante chiavarese.

→ Conclusione: Chiavari è compatibile metricamente, geometricamente, paleograficamente e morfologicamente. Ipotesi pienamente sostenibile.

Ad Monilia

a) Ipotesi tradizionale: Ad Monilia = Moneglia

Moneglia è proposta da Miller, Ravennate, Guido, Lamboglia, e da numerosi commentatori. La corrispondenza fonetica è evidente: Monilia → Moneglia. Tuttavia, la distanza reale dalla Foce di S. Nicolao è di circa 10,0 km, mentre la Tabula indica "XIII m.p." = 19,2 km.

$$\rightarrow \tau_{\text{Moneglia}} = 19,2 / 10,0 = 1,92$$

→ Compressione metrica del 48%, gravissima e non giustificata.

La proiezione affine (lat = 44,2440 ; lon = 9,5160) produce:

$$Y_{\text{Moneglia}} \approx (659,20 ; 581,13)_p$$

$$\rightarrow \varepsilon_{\text{Moneglia}} = 0,00 \text{ u.i.} ; \delta_{\text{Moneglia}} = 0,00 \text{ km}$$

Dal punto di vista viario, Moneglia è raggiungibile solo con una deviazione secondaria dal tracciato principale, come mostrato nella stampa Vallardi (1895) e nella Carta di Stagnon (1772). La via principale scende dal Bracco verso Sestri Levante, non verso Moneglia.

→ Conclusione: Moneglia è foneticamente compatibile, ma metricamente e viariamente insostenibile.

b) Ipotesi metrica: Ad Monilia = Sestri Levante

Sestri Levante dista 19,2 km dalla Foce di S. Nicolao, esattamente "XIII m.p.". La proiezione affine (lat = 44,2700 ; lon = 9,4000) produce:

$$Y_{\text{Sestri}} \approx (667,00 ; 610,50)$$

$$\rightarrow \varepsilon_{\text{Sestri}} = \sqrt{[(667,00 - 659,20)^2 + (610,50 - 581,13)^2]} \approx 30,39 \text{ u.i.} \rightarrow \delta_{\text{Sestri}} = 30,39 \times 0,173 \approx 5,26 \text{ km}$$

→ Scarto geometrico modesto, compatibile con la schematicità della Tabula.

c) Compatibilità metrica nella tratta Ad Solaria – Ad Monilia

La Tabula Peutingeriana indica una distanza di VI m.p. tra Ad Solaria e Ad

Monilia, pari a:

$$d_{\text{tabula}} = 6 \times 1,48 \text{ km} = 8,88 \text{ km}$$

Le ipotesi moderne sono:

Ad Solaria = Chiavari

Ad Monilia = Moneglia oppure Sestri Levante

La distanza reale tra Chiavari e Sestri Levante, seguendo il tracciato storico pericollinare (via Antica Romana, San Pier di Canne, Rovereto, Pietra Calante), è di circa:

$$d_{\text{reale_Chiavari-Sestri}} \approx 8,2 \text{ km}$$

$$\rightarrow \tau_{\text{Sestri}} = 8,88 / 8,2 \approx 1,08$$

→ Dilatazione del solo 8%, perfettamente accettabile in un segmento costiero schematico.

La distanza tra Chiavari e Moneglia, anche considerando il percorso più diretto, è di circa:

$$d_{\text{reale_Chiavari-Moneglia}} \approx 20,0 \text{ km}$$

$$\rightarrow \tau_{\text{Moneglia}} = 8,88 / 20,0 \approx 0,44$$

→ Compressione del 56%, gravemente distorta e non giustificata da biforcazioni o simboli grafici.

d) Convergenza metrica tra le due tratte

La Tabula fornisce due distanze che convergono su Ad Monilia:

$$\text{XIII m.p. da In Alpe Pennino} \rightarrow 19,2 \text{ km}$$

$$\text{VI m.p. da Ad Solaria} \rightarrow 8,88 \text{ km}$$

Le distanze reali da Sestri Levante sono:

$$d_{\text{reale_Sestri-Foce}} \approx 19,2 \text{ km} \rightarrow \tau = 1,00$$

$$d_{\text{reale_Sestri-Chiavari}} \approx 8,2 \text{ km} \rightarrow \tau \approx 1,08$$

→ La convergenza metrica è piena per Sestri Levante, su entrambe le tratte.

Per Moneglia:

$$d_{\text{reale_Moneglia-Foce}} \text{ od } d_{\text{reale_Moneglia-Chiavari}} \approx 20,0 \text{ km} \rightarrow \tau \approx 0,44$$

→ La divergenza metrica è grave su entrambe le tratte.

La verifica incrociata delle due tratte mostra che Sestri Levante è l'unica località compatibile con Ad Monilia, sia nella distanza da In Alpe Pennino sia da Ad Solaria. La convergenza dei due indici di tortuosità ($\tau \approx 1,00$ e $\tau \approx 1,08$) costituisce una prova computazionale robusta, che falsifica l'ipotesi Moneglia non solo metricamente, ma anche epistemologicamente.

Dal punto di vista viario, Sestri è attraversata dalla via Antica Romana, coerente con il tracciato principale. La morfologia è compatibile con una statio costiera, e l'identificazione con Segesta Tiguliorum è attestata da Plinio e Tolomeo.

→ Conclusione: Sestri Levante è metricamente, viariamente e storicamente compatibile. L'unico limite è lo scarto geometrico, compensabile dalla schematicità della Tabula.

Ricina

La tensione tra fonetica e metrica è qui esemplare. L'identificazione con Recco è storicamente consolidata, ma metricamente falsificata. La distanza da Genova è superiore del 60% rispetto al dato tabellare, e lo scarto geometrico è significativo. Bogliasco, invece, soddisfa pienamente il vincolo metrico (VII m.p. = 10,4 km), coincide con la posizione immagine, e si colloca lungo un segmento viario continuo e attestato. La presenza dei toponimi miliari Quarto e Quinto rafforza la sequenza. Epistemologicamente, Bogliasco è l'unica ipotesi sostenibile.

2. Ad Solaria

Chiavari emerge come localizzazione robusta sotto ogni profilo. La distanza da Ricina (Bogliasco) è compatibile con XV m.p. = 22,2 km, con una compressione metrica del solo 11%. La posizione immagine è perfettamente coincidente, e la morfologia del versante chiavarese – con terrazze marine, instabilità pendente e viabilità altomedievale – è coerente con l'etimologia "luogo esposto al sole". Le fonti itinerarie e la toponomastica (Maxena, Sampierdicanne) confermano la centralità del sito. Nonostante alcune proposte alternative (Zoagli, Rovereto), Chiavari è l'unica ipotesi che soddisfa simultaneamente i criteri metrici, geometrici, paleografici e viari.

3. Ad Monilia

Coordinate immagine di Ad Monilia

Dal file json, la posizione immagine di Ad Monilia è:

$x_{Mon} = 659,20$

$$y_{\text{Mon}} = 581,13$$

Questa posizione è coerente con la proiezione affine di Moneglia, che infatti ha coordinate geografiche:

$$\text{lat} = 44,2440$$

$$\text{lon} = 9,5160$$

e viene trasformata in:

$$Y_{\text{Mon}} = A \cdot X_{\text{Mon}} + b \approx (659,20 ; 581,13)$$

→ Quindi Moneglia coincide perfettamente con la posizione immagine di Ad Monilia

Coordinate proiettate di Sestri Levante

Sestri Levante ha coordinate geografiche:

$$\text{lat} = 44,2700$$

$$\text{lon} = 9,4000$$

Applicando la stessa trasformazione affine, si ottiene:

$$Y_{\text{Ses}} \approx (667,00 ; 610,50)$$

→ Sestri Levante è spostata di circa 30,39 unità immagine rispetto alla posizione di Ad Monilia.

Dire che “Sestri non coincide con Ad Monilia dal punto di vista affine” significa semplicemente che:

$$\epsilon_{\text{Ses}} = \sqrt{[(667,00 - 659,20)^2 + (610,50 - 581,13)^2]} \approx 30,39 \text{ u.i.} \neq 0$$

→ La distanza euclidea tra la proiezione affine di Sestri e la posizione immagine di Ad Monilia è non nulla, mentre per Moneglia è zero.

Questo è un fatto geometrico, non un giudizio di valore. Non implica che Sestri sia un'ipotesi peggiore — anzi, come abbiamo visto, Sestri è superiore dal punto di vista metrico e viario. Ma con riguardo all'analisi affine, cioè della corrispondenza tra coordinate geografiche e coordinate immagine, Sestri non è il punto che la Tabula mostra come Ad Monilia.

Qui la dicotomia è netta. Moneglia è foneticamente irresistibile: Monilia → Moneglia. Tuttavia, la distanza reale dalla Foce di S. Nicolao è di soli 10 km, mentre la Tabula indica XIII m.p. = 19,2 km. Il segmento è lineare, privo di

biforcazioni, e la deviazione verso Moneglia è attestata come secondaria già nel XVIII secolo. L'indice di tortuosità $\tau_i = 1,92$ è insostenibile. Sestri Levante, invece, dista esattamente 19,2 km dalla Foce, è attraversata dalla via Antica Romana, e coincide con Segesta Tiguliorum in Plinio e Tolomeo. Lo scarto geometrico $\varepsilon_i = 30,39$ u.i. è compensabile grazie alla schematicità della Tabula. Sestri Levante si rivela l'unica ipotesi che risolve il vincolo metrico senza forzature.



Abraham Oertel (1898): *Tabula Itineraria Ex Illustri Peutingerorum Bibliotheca Quae Augustae Vindel. Est Beneficio Marci Velserei Septemviri Augustani In Lucem Edita.*

